



Chapitre XXIV : Formulaire

Matrice d'une famille de vecteurs	$\text{mat}_{\mathcal{B}}(u_1, \dots, u_p) = \begin{pmatrix} e_1 & \dots & u_p \\ \vdots & & \\ e_n & & \end{pmatrix}$
Matrice d'une application linéaire	$\text{mat}_{\mathcal{B}_E, \mathcal{B}_F}(f) = \begin{pmatrix} f(e_1) & \dots & f(e_p) \\ \vdots & & \\ e'_n & & \end{pmatrix}$
Dimension de $\mathcal{L}(E, F)$	$\dim(\mathcal{L}(E, F)) = \dim(E) \times \dim(F)$
Image d'un vecteur	$Y = AX$ <p style="margin-top: 5px;">avec $Y = \text{mat}_{\mathcal{B}_F}(f(x))$, $A = \text{mat}_{\mathcal{B}_E, \mathcal{B}_F}(f)$, $X = \text{mat}_{\mathcal{B}_E}(x)$</p>
Matrice de composition	$C = BA$ <p style="margin-top: 5px;">avec $C = \text{mat}_{\mathcal{B}_E, \mathcal{B}_G}(g \circ f)$, $B = \text{mat}_{\mathcal{B}_F, \mathcal{B}_G}(g)$, $A = \text{mat}_{\mathcal{B}_E, \mathcal{B}_F}(f)$</p>
Matrice de f^k	$\text{mat}_{\mathcal{B}_E}(f^k) = A^k = \text{mat}_{\mathcal{B}_E}(f)^k$
Caractérisation des isomorphismes	f est un isomorphisme si et seulement si $A = \text{mat}_{\mathcal{B}_F, \mathcal{B}_E}(f)$ est inversible
Matrice de l'inverse	$\text{mat}_{\mathcal{B}_F, \mathcal{B}_E}(f^{-1}) = A^{-1} = \text{mat}_{\mathcal{B}_E, \mathcal{B}_F}(f)^{-1}$
Caractérisation des bases	\mathcal{F} est une base si et seulement si $P = \text{mat}_{\mathcal{B}_E}(\mathcal{F})$ est inversible
Matrice de passage	$P_{\mathcal{B}, \mathcal{B}'} = \text{mat}_{\mathcal{B}}(\mathcal{B}')$
Inverse d'une matrice de passage	$P_{\mathcal{B}, \mathcal{B}'}^{-1} = P_{\mathcal{B}', \mathcal{B}}$
Composition de matrices de passage	$P_{\mathcal{B}, \mathcal{B}''} = P_{\mathcal{B}, \mathcal{B}'} P_{\mathcal{B}', \mathcal{B}''}$
Vecteur dans une nouvelle base	$X = PX'$ <p style="margin-top: 5px;">avec $X = \text{mat}_{\mathcal{B}}(x)$, $P = P_{\mathcal{B}, \mathcal{B}'}$, $X' = \text{mat}_{\mathcal{B}'}(x)$</p>
Application dans une nouvelle base	$D = P^{-1}AQ$ <p style="margin-top: 5px;">avec $D = \text{mat}_{\mathcal{B}'_E, \mathcal{B}'_F}(f)$, $A = \text{mat}_{\mathcal{B}_E, \mathcal{B}_F}$, $P = P_{\mathcal{B}_F, \mathcal{B}'_F}$, $Q = P_{\mathcal{B}_E, \mathcal{B}'_E}$</p>
Endomorphisme dans une nouvelle base	$D = P^{-1}AP$ <p style="margin-top: 5px;">avec $D = \text{mat}_{\mathcal{B}'_E}(f)$, $A = \text{mat}_{\mathcal{B}_E}$, $P = P_{\mathcal{B}_E, \mathcal{B}'_E}$</p>



Stabilité du rang	$\text{Si } A \underset{\mathcal{L}}{\sim} B \text{ ou } A \underset{\mathcal{C}}{\sim} B \text{ alors } \text{rg}(A) = \text{rg}(B)$ $\text{rg}(A^T) = \text{rg}(A)$
Image et noyau	$\text{Si } A \underset{\mathcal{C}}{\sim} B \text{ alors } \text{Im}(A) = \text{Im}(B)$ $\text{Si } A \underset{\mathcal{L}}{\sim} B \text{ alors } \text{Ker}(A) = \text{Ker}(B)$
Théorème du rang	$\text{rg}(A) + \dim(\text{Ker}(A)) = \text{nombre de colonnes}$
Caractérisation de l'inversibilité	$A \text{ inversible} \Leftrightarrow \text{rg}(A) = n \Leftrightarrow \text{Im}(A) = \mathbb{R}^n \Leftrightarrow \text{Ker}(A) = \{0_{\mathbb{R}^n}\}$